

Школьный тур
Всероссийской олимпиады школьников
6 класс

1. Найдите решение числового ребуса $AAA-AA-A=BB$, одинаковым буквам соответствует одинаковые цифры, разным – разные.
2. Разрежьте угол 8×8 на уголки из трех клеток (см.рис. 1)

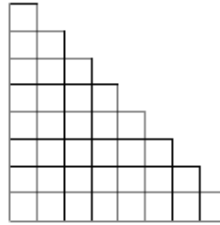


Рис. 1

3. К Васе пришли одноклассники. Мама Васи спросила у него, сколько пришло гостей. Вася ответил: «Больше шести», а стоявшая рядом сестренка сказала: «Больше 5». Сколько гостей было, если известно, что один ответ верный, а другой нет?
4. Запишите числа 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 в строку так, чтобы из любых двух соседних чисел одно делилось на другое.
5. В 6 Б классе обучается 20 учеников. В первой четверти они по трое дежурили по классу. Могло ли так получиться, что в некоторый момент каждый из учеников отдежурил с каждым ровно по одному разу.

Критерии оценивания

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных Участником.

Основные принципы оценивания приведены в таблице.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Помимо этого, в методических рекомендациях по проведению Олимпиады следует проинформировать жюри школьного этапа о том, что:

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;

б) олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;

в) баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;

7 класс Дата проведения школьного тура олимпиады: _____

Ф.И.О. _____ Дата рождения _____

Класс _____ Учитель математики _____

1. Замените буквы цифрами так, чтобы получилось верное равенство:

$O + Л + И + М + П + И + A = ДА$ (Одинаковые буквы надо заменять одинаковыми цифрами, разные – разными, ДА – двузначное число).

2. В магазин привезли три сорта конфет с разной ценой: 4кг по цене 40 рублей за килограмм, 3кг по цене 60 рублей за 1 кг и 1кг по цене 120 рублей за килограмм. По какой цене надо продать смесь?

3. Разместить числа 1,2,3,4,5,6,7,8,9 в таблице 3Х3 так, чтобы суммы чисел в любом ряду из трёх клеток (по вертикали, горизонтали или диагонали) были одинаковыми.

4. Сидя на уроке Дима мечтал: «Если бы к моим деньгам добавить ещё половину да ещё 20 рублей, мне бы хватило денег на комиксы. Сколько денег у Димы, если комиксы стоят 110 рублей?»

5. На каждой перемене Робин-Бобин-Барабек съедает по конфете. За неделю (с понедельника по субботу) было 30 уроков. Сколько всего конфет съел Робин на переменах?

6. Углы АОВ, ВОС и СОD равны между собой, а угол АOD втрое меньше каждого из них. Все лучи ОА, ОВ, ОС, ОD различны. Найдите величину угла АOD (перечислите все возможные варианты).

7. На некотором острове каждый житель либо всегда лжет, либо всегда говорит правду. Трое островитян А, Б, В сказали следующее:

А: «Б – лжец»; Б: «ровно один из А и В лжец»; В: «у меня есть крокодил». Есть ли у В крокодил?

Критерии оценивания: Каждая задача оценивается из 7 баллов. Каждая оценка – целое число от 0 до 7.

7 класс Дата проведения школьного тура олимпиады: _____

Ф.И.О. _____ Дата рождения _____

Класс _____ Учитель математики _____

1. Замените буквы цифрами так, чтобы получилось верное равенство:

$O + Л + И + М + П + И + A = ДА$ (Одинаковые буквы надо заменять одинаковыми цифрами, разные – разными, ДА – двузначное число).

2. В магазин привезли три сорта конфет с разной ценой: 4кг по цене 40 рублей за килограмм, 3кг по цене 60 рублей за 1 кг и 1кг по цене 120 рублей за килограмм. По какой цене надо продать смесь?

3. Разместить числа 1,2,3,4,5,6,7,8,9 в таблице 3Х3 так, чтобы суммы чисел в любом ряду из трёх клеток (по вертикали, горизонтали или диагонали) были одинаковыми.

4. Сидя на уроке Дима мечтал: «Если бы к моим деньгам добавить ещё половину да ещё 20 рублей, мне бы хватило денег на комиксы. Сколько денег у Димы, если комиксы стоят 110 рублей?»

5. На каждой перемене Робин-Бобин-Барабек съедает по конфете. За неделю (с понедельника по субботу) было 30 уроков. Сколько всего конфет съел Робин на переменах?

6. Углы АОВ, ВОС и СОD равны между собой, а угол АOD втрое меньше каждого из них. Все лучи ОА, ОВ, ОС, ОD различны. Найдите величину угла АOD (перечислите все возможные варианты).

7. На некотором острове каждый житель либо всегда лжет, либо всегда говорит правду. Трое островитян А, Б, В сказали следующее:

А: «Б – лжец»; Б: «ровно один из А и В лжец»; В: «у меня есть крокодил». Есть ли у В крокодил?

Критерии оценивания: Каждая задача оценивается из 7 баллов. Каждая оценка – целое число от 0 до 7.

Школьная олимпиада МКОУ «СОШ № 2 ЗАТО п. Солнечный» по математике 7класс 2.10.18

Критерии оценивания:

Каждая задача оценивается из 7 баллов. Каждая оценка – целое число от 0 до 7. Ниже приведены некоторые указания к проверке. Естественно, всех случаев жюри предвидеть не может. При оценке решения нужно исходить из того, является ли приведенное решение в целом верным (хотя, может, и с недостатками) – тогда решение оценивается не менее чем в 4 балла. Или оно неверное (хотя, может, и с существенными продвижениями) – в этом случае оценка должна быть не выше 3 баллов.


Задача 1. Правильный пример – 7 баллов. Если есть идея подбирать сумму $O+Л+И+М+П+И$ так, чтобы она заканчивалась на 0: 2 балла.

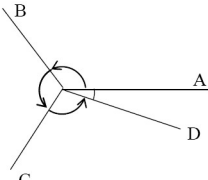
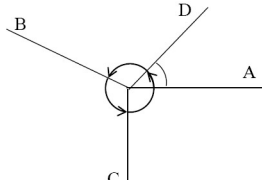
Задача 2. Только ответ – 1 балл. Ответ на примере – 2 балла. Далее в зависимости от полноты обоснований – от 3 до 7 баллов.

Задача 5. Только ответ – 1 балл. Верный ответ с проверкой – 3 балла.

Задача 6. За один из ответов 360 или 450, снабженный пояснениями (хотя бы в виде чертежей). – 3 балла. Только один из ответов без пояснений 1 балл. Оба ответа написаны, но нет никаких пояснений, – 3 балла.

Задача 7. Только ответ «Да» – 0 баллов. Разобран только один случай, например, что А – «правдивец»: 1 балл.

<p>1. Замените буквы цифрами так, чтобы получилось верное равенство: $O + Л + И + М + П + И + А = ДА$ (Одинаковые буквы надо заменять одинаковыми цифрами, разные – разными, ДА – двузначное число).</p>	<p>1. Замените буквы цифрами так, чтобы получилось верное равенство: $O + Л + И + М + П + И + А = ДА$ (Одинаковые буквы надо заменять одинаковыми цифрами, разные – разными, ДА – двузначное число) Ответ. Например, $O=3, Л=4, И=0, М=5, П=8, Д=2, А=9$. Решение. Вычтем из обеих частей уравнения А, получим, что сумма цифр $O+Л+И+М+П+И$ должна заканчиваться на ноль. Попробуем подобрать цифры так, чтобы например она была равна 20 (т.е. $Д=2$). Это легко сделать, например $3+4+0+5+8+0=20$. т.е. $O=3, Л=4, И=0, М=5, П=8, Д=2, А=9$ Комментарий. Возможно много других решений. При этом Д может равняться 2, 3, 4.</p>									
<p>Задача 2. В магазин привезли три сорта конфет с разной ценой: 4 кг по цене 40 рублей за килограмм, 3 кг по цене 60 рублей за килограмм и 1 кг по цене 120 рублей за килограмм. По какой цене надо продавать смесь этих конфет? </p>	<p>Решение. Стоимость всех привезенных конфет равна $40 \cdot 4 + 60 \cdot 3 + 120 \cdot 1 = 460$ (руб.), а всего привезено 8 кг конфет. Значит, цена смеси («средняя стоимость килограмма») равна $460 : 8 = 57,5$ (руб.).</p>									
<p>Расставьте числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 в таблицу 3×3 так, чтобы суммы чисел в любом ряду из трёх клеток (по вертикали, горизонтали или диагонали) были одинаковы.</p>	<p>Ответ: (единственный с точностью до поворотов и симметрии):</p> <table border="1" data-bbox="1077 1556 1212 1646"> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>7</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table> <p>Решение. Сумма всех чисел равна 45, значит, сумма чисел в каждой из трёх строк — по 15, но тогда в столбцах и на диагоналях — тоже. Сложив четыре ряда, проходящие через центр, — вертикаль, горизонталь и две диагонали, — получим 60. Но в эту сумму все числа таблицы вошли по разу плюс ещё три раза центральное число.</p>	2	7	6	9	5	1	4	3	8
2	7	6								
9	5	1								
4	3	8								
<p>Задача №4. Сидя на уроке Дима мечтал: «Если бы к моим деньгам добавить ещё половину да ещё 20 рублей, мне бы хватило денег на комиксы. Сколько денег у Димы, если комиксы стоят 110 рублей?»</p>	<p>1) $110-20=90$(руб) - деньги, которые были у Димы и половина его денег. 2) $2+1=3$(мерки) - составляют деньги Димы и половина его денег. 3) $90:3=30$(руб) - в одной мерке. 4) $30 \cdot 2=60$(руб) - было у Димы. Ответ: у Димы 60 рублей.</p>									

<p>5. На каждой перемене Робин-Бобин-Барабек съедает по конфете. За неделю (с понедельника по субботу) было 30 уроков. Сколько всего конфет съел Робин на переменах?</p>	<p>Ответ. 24 конфеты. Решение. Если бы все эти уроки произошли в один день, то Робин съел бы 29 конфет (количество промежутков между 30 уроками). Но так как между последним уроком какого-то дня и первым уроком следующего дня конфета не съедается, то нужно еще вычесть 5 конфет (по количеству промежутков между шестью днями), т.е. итого получается, что Робин съел $30 - 5 = 24$ конфеты.</p>
<p>6. Углы AOB, BOC и COD равны между собой, а угол AOD втрое меньше каждого из них. Все лучи OA, OB, OC, OD различны. Найдите величину угла AOD (перечислите все возможные варианты).</p>	<p>Ответ. 36, 45 градусов. Решение. Углы AOB, BOC и COD следуют друг за другом в одном направлении (т.к. никакие лучи не совпадают). При этом их сумма может быть меньше 360 (см. рис 1) и больше 360 (см. рис. 2). Обозначим величину угла AOD через x. Тогда каждый из углов AOB, BOC и COD равен $3x$. В первом случае получается, что $3x + 3x + 3x + x = 360$, откуда $x = 36$. Во втором $3x + 3x + 3x - x = 360$, откуда $x = 45$.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Рис. 1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Рис. 2</p> </div> </div>
<p>7. На некотором острове каждый житель либо всегда лжет, либо всегда говорит правду. Трое островитян А, Б, В сказали следующее: А: «Б – лжец»; Б: «ровно один из А и В лжец»; В: «у меня есть крокодил». Есть ли у В крокодил?</p>	<p>Решение. Первый способ. 1) Пусть А говорит правду. Тогда Б – лжец. Тогда А и В оба лжецы или оба «правдивцы», но т.к. А – «правдивец», то и В «правдивец», т.е. крокодил у него есть. 2) Пусть А – лжец. Тогда Б – «правдивец». Тогда ровно один из А и В лжец, но т.к. А лжец, то В – «правдивец». Т.е. крокодил у него есть. Таким образом, в обоих случаях получаем, что у В есть крокодил. Второй способ. 1) Пусть Б «правдивец». Тогда ровно один из А и В лжец, но т.к. А говорит, что Б лжец, то А – лжец \Rightarrow В «правдивец» \Rightarrow крокодил у него есть. 2) Пусть Б лжец. Тогда оба А и В «правдивцы», или оба лжецы. Но А говорит, что Б лжец, т.е. говорят правду \Rightarrow они оба (А и В) «правдивцы», т.е. у В есть крокодил.</p>

7 класс Дата проведения школьного тура олимпиады: _____

Ф.И.О. _____

Дата рождения _____

Класс _____ Учитель математики _____

1. Замените буквы цифрами так, чтобы получилось верное равенство:

$O + Л + И + М + П + И + A = ДА$ (Одинаковые буквы надо заменять одинаковыми цифрами, разные – разными, ДА – двузначное число).

2. В магазин привезли три сорта конфет с разной ценой: 4кг по цене 40 рублей за килограмм, 3кг по цене 60 рублей за 1 кг и 1кг по цене 120 рублей за килограмм. По какой цене надо продать смесь?

3. Разместить числа 1,2,3,4,5,6,7,8,9 в таблице 3Х3 так, чтобы суммы чисел в любом ряду из трёх клеток (по вертикали, горизонтали или диагонали) были одинаковыми.

4. Сидя на уроке Дима мечтал: «Если бы к моим деньгам добавить ещё половину да ещё 20 рублей, мне бы хватило денег на комиксы. Сколько денег у Димы, если комиксы стоят 110 рублей?»

5. На каждой перемене Робин-Бобин-Барабек съедает по конфете. За неделю (с понедельника по субботу) было 30 уроков. Сколько всего конфет съел Робин на переменах?

6. Углы АОВ, ВОС и СОD равны между собой, а угол АOD втрое меньше каждого из них. Все лучи ОА, ОВ, ОС, ОD различны. Найдите величину угла АOD (перечислите все возможные варианты).

7. На некотором острове каждый житель либо всегда лжет, либо всегда говорит правду. Трое островитян А, Б, В сказали следующее:

А: «Б – лжец»;

Б: «ровно один из А и В лжец»;

В: «у меня есть крокодил».

Есть ли у В крокодил?

Критерии оценивания:

Каждая задача оценивается из 7 баллов.

Каждая оценка – целое число от 0 до 7.

Часть А

Задачи, оцениваемые в 3 балла

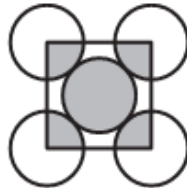
1. Яблоко и апельсин вместе весят столько же, сколько груша и персик. Яблоко вместе с грушей весят меньше, чем апельсин с персиком, а груша вместе с апельсином весят меньше, чем яблоко с персиком. Какой из фруктов самый тяжёлый?

Ответ _____

2. В классе сидят мальчики и девочки. Если в класс войдут ещё 10 мальчиков, то всего мальчиков станет вдвое больше, чем девочек. Сколько девочек должны выйти из класса, чтобы среди оставшихся ребят оказалось вдвое больше мальчиков, чем девочек?

Ответ _____

3. На рисунке изображены квадрат и пять одинаковых кругов. Вершины квадрата расположены в центрах внешних кругов. Тогда отношение площади закрашенной части кругов к площади их незакрашенной части равно:



Ответ _____

4. Катя и четыре её подружки разделили между собой несколько конфет. В результате оказалось, что у всех девочек разное число конфет, а общее число конфет у Кати и двух девочек больше, чем общее число конфет у остальных двух. Какое самое маленькое число конфет может быть у Кати?

Ответ _____

5. Сколько двузначных чисел обладают таким свойством: если переставить местами их цифры, то они увеличиваются не менее, чем в три раза?

Ответ _____

6. Если разделить 50^{50} на 25^{25} , то получится:

Ответ _____

7. На рисунке изображены равносторонний треугольник и правильный пятиугольник. Найдите угол x .



8. Вокруг прямоугольного сквера проложена дорожка, которая на всём своём протяжении имеет одинаковую ширину. Наружная граница дорожки на 8 метров длиннее внутренней. Чему равна ширина дорожки?



Ответ _____

Часть В

Задачи, оцениваемые в 4 балла

9. Числа a и b таковы, что $4 \leq a \leq 6$, $1 \leq b \leq 2$. Какое из следующих чисел обязательно меньше 9?

а) $3a - 2b$; б) $a + 2b$; в) $3a - b$; г) $8b - 2a$; д) $13b - a$.

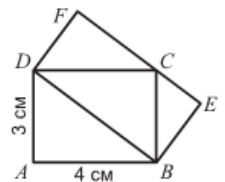
10. На стороне BC равнобедренного треугольника ABC с основанием AC нашлась такая точка M , что $\angle MCA - \angle MAB = \angle B$. Что можно утверждать об этом треугольнике?

а) он равносторонний; в) боковая сторона больше основания;
б) один из его углов прямой; г) угол при вершине B – тупой.

11. Диагональ делит четырёхугольник с периметром 31 см на два треугольника с периметрами 21 см и 30 см. Какова длина этой диагонали?

Ответ _____

12. Два прямоугольника $ABCD$ и $DBEF$ расположены так, как показано на чертеже. Какова площадь прямоугольника $DBEF$?



Ответ _____

10 класс

1.(3балла) Заполните пустые клетки таблицы так , чтобы числа в каждой строке и каждом столбце составляли геометрическую прогрессию.

27			
		36	
	6		
			8

2. (2балла). Известно, что $x + \frac{1}{x} = 5$. Найдите $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

3.(2балла) Постройте график функции $y = 2x^2 + 3|x| + 2$.

4.(4балла) Решите неравенство:

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 < 0;$$

5.(3балла) Решите уравнение в целых числах: $xy = x+y$.

6.(3балла) Можно ли разделить равносторонний треугольник на 2002 равносторонних треугольника.? Если да, то как? Если нет – то почему?

7.(4балла) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 72, \\ (y+z)(x+y+z) = 120, \\ (z+x)(x+y+z) = 96. \end{cases}$$

8.(3балла) Хулиган Витя Вырезал из школьной стенгазеты в форме квадрата все то, что ему не понравилось. В итоге остался кусок в форме правильного восьмиугольника. Можно ли по этому восьмиугольнику узнать размеры школьной стенгазеты, если отрезанных кусков было 5 и они имели форму многоугольника?

9.(3балла) При каких значениях, а разность корней уравнения $ax^2+x-2=0$ равна 3?

10.(4балла) По горизонтальной дороге мотоцикл ехал со скоростью 60км/ч. На пути ему встретился подъем протяженностью 2 км., за которым следовал спуск протяжённостью также 2 км. На подъеме мотоциклист ехал со скоростью, 30км/ч. С какой, скоростью мотоциклист должен ехать на спуске, чтобы средняя скорость на подъёме и на спуске составляла 60км/ч?

11 КЛАСС

1. Решите уравнение: $|x-1|-|x-2|=1$. (2балла)

2. Постройте график функции:

$$y = \sqrt{4\sin^4 x - 2\cos 2x + 3} + \sqrt{4\cos^4 x + 2\cos 2x + 3} \quad (3 \text{ балла})$$

3. Определите a так, чтобы сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (2-a)x - a - 3 = 0$ была наименьшей. (5 баллов)

4. Докажите, что $2a + \frac{1}{a^2} > 3$ при $0 < a < 1$. (7 баллов)

5. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - куб с ребром 2см. Паук находится в центре грани $ABA_1 B_1$. Какую наименьшую длину может иметь путь паука по поверхности куба в вершину C ? (5 баллов)

6. Постройте график функции $y = \sqrt{\operatorname{tg} x} \cdot \sqrt{\operatorname{ctg} x}$ (3балла)

7. Существует ли в пространстве фигура (состоящая из многоугольников и содержащая точки A, B, C, D), для которой выполняются следующие соотношения: $AB=CD=8\text{см}$; $AC=BD=10\text{см}$; $AC+BC=13\text{см}$? (4 балла)

8. Найдите все решения уравнения $x^2 + 5y^2 + 4xy + 2y + 1 = 0$ (3балла)

9. Найти четырехзначное число, которое в 4 раза меньше числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке. (3балла)

10. На рынке продают два арбуза разных размеров: один арбуз в обхвате на четверть больше другого, зато в полтора раза дороже. Какой арбуз выгоднее купить? (2балла)