

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г.  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 8 КЛАСС

**Задача 1.** Петя выписал на доску пятизначное число, которое делится на 99. А Вася смог вычеркнуть из этого числа одну цифру так, что получившееся четырёхзначное число тоже делится на 99. Приведите пример числа, которое мог выписать Петя, и укажите, какую цифру в нём мог вычеркнуть Вася.

**Задача 2.** В первом столбце таблицы  $n \times n$  закрасили одну клетку, во втором столбце — две, в третьем — три, ..., в столбце номер  $n$  закрасили  $n$  клеток. При каких  $n$  от 1 до 8 могло так оказаться, что во всех строках закрашено одинаковое количество клеток?

**Задача 3.** Прямая  $\ell_1$  проходит через точки с координатами  $(b;0)$  и  $(0;a)$ , а прямая  $\ell_2$  проходит через точки с координатами  $(a;0)$  и  $(0;b)$ , причём  $b > a > 0$ . Докажите, что если прямую  $\ell_1$  симметрично отразить относительно оси  $Ox$ , то полученная прямая будет перпендикулярна прямой  $\ell_2$ .

**Задача 4.** Может ли сумма первых нескольких ненулевых степеней двойки (вида  $2 + 4 + 8 + \dots + 2^N$ ) равняться сумме нескольких подряд идущих нечётных чисел?

**Задача 5.** Волшебная страна населена эльфами и гномами. Известно, что по понедельникам эльфы всегда говорят правду, а по вторникам всегда врут, а гномы — наоборот. В понедельник каждый из жителей страны сказал: «У меня знакомых эльфов на 1 больше, чем знакомых гномов», а во вторник — «Среди незнакомых мне жителей страны эльфов на 1 больше, чем гномов». Могло ли так оказаться, что в волшебной стране 2019 жителей? (Все знакомства взаимны, то есть любые два жителя либо оба знакомы друг с другом, либо нет.)

**Задача 6.** В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $CM$ . Известно, что угол  $BAC$  равен  $30^\circ$ , а угол  $BMC$  равен  $45^\circ$ . Чему равен угол  $MCB$ ?

**За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.**