



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ. 2019–2020 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

Решения и критерии оценивания

Тестовые задания

Определите один правильный ответ.

1. Индивидуальный спрос на ноутбуки описывается соотношением:

$$Q_d^{\text{ноутбук}} = 600 - 2P^{\text{ноутбук}} + 0,02 \cdot I + 10P^{\text{стац.комп}} - P^{\text{электричество}},$$

где I – доход потребителя, $P^{\text{стац.комп}}$ – цена на стационарные компьютеры, $P^{\text{электричество}}$ – цена электроэнергии.

В настоящее время в среднем цена на ноутбук равна 200 у.е., стационарный компьютер стоит 45 у.е., электроэнергия – 150 у.е. Доход потребителя равен 20 000 у.е. Точечная эластичность спроса на ноутбуки по цене стационарного компьютера примерно равна:

- а) 10
- б) –2
- в) 0,5
- г) 1

2. Фирма производит единственный товар, при этом предельный продукт часа труда квалифицированного работника в два раза больше, чем у неквалифицированного работника. Сейчас на фирме работают как квалифицированные, так и неквалифицированные работники, фирма является совершенно конкурентной на рынке труда. Квалифицированный работник зарабатывает 20 у.е. в час, в то время как неквалифицированный – 8 у.е. в час. Что из перечисленного следует делать фирме, если с увеличением количества труда предельный продукт убывает?

- а) увеличивать заработную плату квалифицированных рабочих
- б) снижать заработную плату неквалифицированных рабочих
- в) нанимать больше квалифицированных рабочих или увольнять неквалифицированных
- г) нанимать больше неквалифицированных или увольнять квалифицированных

Комментарий: так как цена единственного производимого продукта едина в независимости от того, кто его произвёл, то в равновесии должно быть выполнено соотношение $\frac{MP_L^{\text{квал}}}{MP_L^{\text{неквал}}} = \frac{w^{\text{квал}}}{w^{\text{неквал}}}$. В условиях задачи $2 = \frac{MP_L^{\text{квал}}}{MP_L^{\text{неквал}}} = \frac{w^{\text{квал}}}{w^{\text{неквал}}} = \frac{20}{8}$, следовательно, верен вариант г).

3. В каком из нижеперечисленных случаев появление новой группы продавцов не приведёт к изменению равновесного объёма продаж?

- а) До появления новой группы продавцов кривые спроса и предложения пересекались в точке единичной эластичности спроса.
- б) После появления новой группы продавцов кривые спроса и предложения пересекаются в точке единичной эластичности спроса.
- в) Спрос абсолютно эластичен.
- г) Спрос абсолютно неэластичен.

4. Пусть кривые MP и AP пересекаются при единственном ненулевом объёме выпуска (обе функции, MP и AP , имеют \cap -образный вид). Тогда с ростом объёма выпуска от 0 до $+\infty$ является верным утверждение:

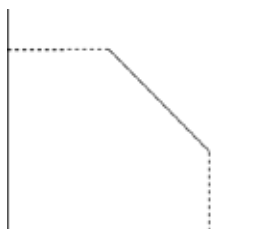
- а) AP для любого объёма выпуска меньше, чем MP
- б) AP для любого объёма выпуска больше, чем MP
- в) сначала $AP < MP$, потом $AP = MP$, затем $AP > MP$
- г) сначала $AP > MP$, потом $AP = MP$, затем $AP < MP$

5. Фирма «Бутер» производит сэндвичи двух видов: крок-месье и крок-мадам, используя при этом три ингредиента: хлеб, сыр, ветчина, причём запасы каждого из этих ингредиентов на фирме могут быть различными. Все три ингредиента используют в разных, но ненулевых пропорциях в каждом из сэндвичей. Известно, что средние издержки производства каждого вида сэндвичей постоянны. Тогда КПВ фирмы в сэндвичах может выглядеть

1

2

3



- а) только как на рис. 1
- б) только как на рис. 1 и 3
- в) только как на рис. 2 и 3
- г) только как на рис. 3

Таблица ответов на тестовые задания

№	1	2	3	4	5
Ответ	в	г	г	в	б

По 4 балла за каждый правильный ответ.

Максимум за тестовые задания – 20 баллов.

Задания с кратким ответом

6. Концерн «Федорино горе» получил заказ на выпуск 10 000 кастрюль. У концерна есть возможность произвести заказ на двух заводах в любой пропорции. Издержки на выпуск одной кастрюли на первом заводе равны $\frac{1}{\sqrt{Q}}$ денежных единиц, где Q – количество кастрюль, сделанных на первом заводе. Издержки на выпуск одной кастрюли на втором заводе равны $\frac{4}{\sqrt{Q}}$ денежных единиц, где Q – количество кастрюль, сделанных на втором заводе.

Сколько денежных единиц потратит концерн «Федорино горе» на производство кастрюль?

Ответ: 100 денежных единиц.

Решение:

Обозначим выпуск фирмы первого завода как Q_1 , а второго как Q_2 .

Тогда общие издержки на каждом из заводов равны соответственно $TC_1 = \sqrt{Q_1}$, $TC_2 = 4\sqrt{Q_2}$.

Предельные издержки выпуска у каждого из заводов равны $MC_1 = \frac{1}{2\sqrt{Q_1}}$, $MC_2 = \frac{2}{\sqrt{Q_2}}$.

Предельные издержки выпуска у каждого из заводов убывают, поэтому все 10 000 кастрюль будут производиться только на одном из заводов (то есть $Q_1 = 10\,000$ или $Q_2 = 10\,000$).

Так как общие издержки на втором заводе больше, чем на первом:

$$4\sqrt{10\,000} \geq \sqrt{10\,000},$$

следовательно, все кастрюли будут производиться на первом заводе.

$$TC(10000) = 100$$

На производство кастрюль концерн «Федорино горе» потратит 100 денежных единиц.

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

7. На совершенно конкурентном рынке мыла в городе N спрос выражается функцией $Q_d = 150 - P$, где Q – количество купленных кусков мыла и P – цена куска, а предложение – функцией $Q_s = -60 + 2P$. Государство решило ввести налог на производителей мыла в размере t тугриков с каждого проданного куска. Чему будет равна суммарная выручка фирм на этом рынке, которая останется у них после выплаты налога, если государство хочет максимизировать налоговые сборы?

Ответ: $TR = 2000$.

Решение:

1. С учётом введённого налога предложение имеет вид $Q_s = -60 + 2 * (P - t)$.

Тогда равновесное количество будет равно $Q^* = 80 - \frac{2}{3}t$.

2. Налоговые сборы – парабола ветвями вниз, оптимальная ставка $t^* = 60$. При ней $Q^* = 40, P^* = 110, (P - t)^* = 50$.

3. Суммарная равновесная выручка фирм после выплаты налога равна

$$TR = (P - t)^* Q^* = 50 * 40 = 2000.$$

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

8. В фирме АБС работают квалифицированные и неквалифицированные работники. В году $t = 0$ доля квалифицированных работников составляла 30 % от общей численности работников. Каждый год фирма отправляет 20 % неквалифицированных работников на курсы повышения квалификации, и те становятся квалифицированными работниками. При этом каждый год 10 % квалифицированных работников теряют навыки и становятся неквалифицированными. Чему будет равна доля квалифицированных работников в году $t = 2$, если общая численность работников на фирме не меняется?

Ответ: 0,487 или 48,7 %

Решение:

Заметим, что $\text{Квал}_t = 0,9 \cdot \text{Квал}_{t-1} + 0,2 \cdot \text{неКвал}_{t-1}$,

а $\text{неКвал}_t = 0,1 \cdot \text{Квал}_{t-1} + 0,8 \cdot \text{неКвал}_{t-1}$,

где Квал_t – число квалифицированных работников в момент времени t ,
 неКвал_{t-1} – число неквалифицированных работников в момент времени t .

Также известно, что $\frac{\text{Квал}_0}{\text{неКвал}_0 + \text{Квал}_0} = \frac{3}{10}$.

Последовательно подставляя имеющиеся в условии данные, можно вычислить ответ.

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

9. Индивидуальный спрос на продукцию монополиста описывается функцией $q_i = 20 - P$. Спрос предъявляет n потребителей. Средние и предельные издержки монополиста постоянны и равны 2. Сколько единиц товара приобретает каждый покупатель?

Ответ: 9.

Решение:

Суммарный спрос всех потребителей: $Q = 20n - Pn$;

прибыль монополиста: $PR = 20Q - \frac{Q^2}{n} - 2Q \rightarrow \max$;

максимум прибыли находится в вершине параболы: $Q^* = 9 * n$; $q_i = 9$.

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

10. Рыночная функция спроса на кексы в городе Анст имеет постоянную эластичность по цене, равную (-3) . При цене 1 евро люди города Анст готовы

купить 17 280 кексов. Издержки производства каждого кекса равны 8 евро. Кексы производит местный монополист. Найдите прибыль монополиста.

Ответ: 40.

Решение:

Условие максимума прибыли монополиста:

$$p \left(1 + \frac{1}{e}\right) = p \left(1 + \frac{1}{-3}\right) = \frac{2}{3}p = MC = 8$$

$$p = 12$$
$$Q = \frac{17280}{p^3} = 10$$

$$Pr = (12 - 8) * 10 = 40$$

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

11. В космосе находятся планета Трали и планета Вали. Известно, что спрос и предложение на планете Трали на товар А заданы функциями: $Qd_T = 130 - 3P$ и $Qs_T = -20 + 2P$. На планете Вали спрос на этот же товар выглядит следующим образом: $Qd_B = 180 - 2P$, а предложение: $Qs_B = -20 + 3P$.

Была обнаружена технология, которая позволит сохранять товар А при путешествии в космосе, поэтому появились возможности для торговли между планетами. Найдите параметры равновесия на каждой из планет и объём международной торговли, если известно, что транспортировка между планетами бесплатна.

Ответ: $P_e = 35$, $Im = Ex = 25$; $Qd_T = 25$, $Qs_T = 50$; $Qd_B = 110$, $Qs_B = 85$

Решение:

Первоначальное равновесие (без торговли) на каждой из планет:

$$P_T = 30, Q_T = 40$$

$$P_B = 40, Q_B = 100$$

Так как цена на планете Вали выше, чем цена на планете Трали, а транспортировка бесплатна, то Т – экспортёр, В – импортёр.

$$Im = Qd_B - Qs_B = 200 - 5P$$

$$Ex = Qs_T - Qd_T = 5P - 150$$

$$P_e = 35, Im = Ex = 25$$

$$Qd_T = 25, Qs_T = 50$$

$$Qd_B = 110, Qs_B = 85$$

Внимание! От участника не требуется приводить решение. Проверяется только ответ.

Максимум за задания с кратким ответом – 36 баллов.

Задания с развёрнутым ответом (решением)

12. Функция долгосрочных общих издержек фирмы «Ух», являющейся монополистом на рынке Всесезонных Витаминных Веществ для Взрослых (далее ВВВ),

имеет вид $TC = Q^2 + 12Q$, где Q – количество ВВВ, купленных населением, в штуках (может быть нецелым числом). Про спрос известно, что он линейен, и что больше 40 тугриков за штуку ВВВ потребители отдать не готовы. Государство решило ввести субсидию на «Ух» в размере s единиц за штуку ВВВ и повысить уровень здоровья населения. Однако государство не готово потратить на это больше 32 тугриков и выбирает s такое, чтобы при этом максимизировать потребление ВВВ. Какое s выберет государство в долгосрочном периоде, если известно, что в исходном равновесии было продано 7 штук ВВВ?

Ответ: $s = 4$

Решение:

1. Так как фирма является монополистом, равновесие достигается при $MR = MC$. По условию спрос линейен, а максимальная цена равна 40. Тогда пусть $P_d = 40 - bQ_d$.

Отсюда $MR = 40 - 2bQ$.

С введением субсидии $MR = 40 - 2bQ + s$

$MC = TC' = 2Q + 12$

$40 - 2bQ + s = 2Q + 12$ (+1 балл за выражение, +1 балл за обоснование типа экстремума) $\rightarrow Q^* = \frac{28+s}{2+2b}$

В условиях отсутствия субсидии

$Q^* = \frac{28}{2+2b} = 7 \rightarrow b = 1$ (+1 балл) $\rightarrow Q^* = 7 + 0,25s$. (+1 балл)

2. Зная, как выпуск зависит от ставки субсидии, мы можем выразить через неё суммарные затраты государства на субсидию:

$S = sQ^* = 0,25s^2 + 7s$. (+1 балл)

По условию затраты должны быть не больше 32 тугриков, т.е.

$0,25s^2 + 7s \leq 32$. (+1 балл)

$s \in [-32; 4]$. (+1 балл)

Так как Q положительно зависит от ставки субсидии, нужно выбрать максимально возможную ставку, при которой сборы составляют не больше 32 тугриков, т.е. $s = 4$ (+3 балла).

При такой ставке

$Q^* = 8; P^* + s = 32 + 4 = 36 \rightarrow \pi = 36 * 8 - TC(8) = 160 > 0$,

т.е. фирме будет выгодно остаться на рынке (+1 балл). При этом государство выберет $s = 4$.

Если решающий пропускает промежуточные вычисления, но тем не менее получает верные итоговые цифры либо выражения, ставится полный балл.

Максимум за задание – 11 баллов.

13. В стране проживает два типа рабочих: опытные и неопытные. Опытные, число которых равно 8, могут произвести 2 единицы товара X или 3 единицы товара Y . Неопытных – 10 рабочих, они могут произвести 2 единицы товара X или 1 единицу товара Y . Помимо этого страна может пригласить к себе любое

целое число зарубежных рабочих, которые производят 3 единицы X или 3 единицы Y . Каждый рабочий (и опытный, и неопытный, и зарубежный) может делать либо один из товаров, либо линейную комбинацию двух товаров. Сколько зарубежных рабочих пригласит страна, если ей необходимо произвести 25 наборов из одной единицы X и одной единицы Y и она стремится пригласить как можно меньше зарубежных коллег?

Ответ: 2 зарубежных рабочих.

Решение:

Проанализируем альтернативную стоимость производства товаров каждым типом рабочих:

Опытные: $8 * 2X = 16X$ или $8 * 3Y = 24Y$. (+2 балла)

Неопытные: $10 * 2X = 20X$ или $10 * 1Y = 10Y$. (+2 балла)

Иностранцы (их неограниченное число): $1X$ или $1Y$. (+2 балла)

Таким образом, оптимально, чтобы все опытные производили Y (произведут 24, не хватает 1), а все неопытные производили X (произведут 20, не хватает 5) (+4 балла). Всего не хватает 6 единиц товара, для этого достаточно 2 зарубежных рабочих. (+1 балл)

Максимум за задание – 11 баллов.

14. На рынке лимонов есть три производителя, которые ведут себя как совершенные конкуренты, со следующими функциями издержек:

$$TC_a = 4Q + 0,25Q^2$$

$$TC_b = 5Q + 0,2Q^2$$

$$TC_c = 10Q + 0,1Q^2$$

Спрос предъявляют 40 потребителей с одинаковыми функциями спроса:

$$Q_d = 5 - 0,5P$$

Найдите равновесные цену и количество товара.

Ответ: $P = 9$; $Q = 20$.

Решение.

Найдём функцию предложения одной фирмы из условия: $MC = P$. При этом за необоснованность типа экстремума (обоснование максимума) – штраф 1 балл.

Получаем:

$$P_{S_a} = 4 + 0,5Q \text{ или } Q_a = -8 + 2P \text{ (+1 балл, в любом виде)}$$

$$P_{S_b} = 5 + 0,4Q \text{ или } Q_b = -12,5 + 2,5P \text{ (+1 балл, в любом виде)}$$

$$P_{S_c} = 10 + 0,2Q \text{ или } Q_c = -50 + 5P \text{ (+1 балл, в любом виде)}$$

Рыночная функция предложения (+5 баллов):

$$Q_s = \begin{cases} -8 + 2P, & 4 \leq P \leq 5 \\ -20,5 + 4,5P, & 5 \leq P \leq 10 \\ -70,5 + 9,5P, & P \geq 10 \end{cases}$$

Функция рыночного спроса (+1 балл) $Q_d = 200 - 20P$.

Приравняв функции спроса и предложения, получаем решение: $P = 9$; $Q = 20$ (+2 балла). При этом товар продают только производители А и Б.

В случае арифметической ошибки, не повлиявшей на выбор второго участка функции спроса, – минус 1 балл.

В случае арифметической ошибки, повлёкшей за собой неверный выбор участка с дальнейшим верным решением, – минус 3 балла.

Максимум за задание – 11 баллов.

15. В городе N имеется фабрика по производству левых палочек Twiks. Количество выпускаемых левых палочек зависит лишь от двух факторов – капитала и труда, принимающих **только целочисленные** значения, – и выражается уравнением $l = \min\{6K; 4L\}$, где l – количество произведенных левых палочек, K, L – количество затрачиваемых единиц труда и капитала. Через дорогу от первой фабрики стоит вторая, выпускающая правые палочки в соответствии с производственной функцией $r = \min\{K^2; 6L\}$. Найдите все возможные распределения всех имеющихся в запасе 16 единиц капитала и 20 единиц труда для производства максимально возможного числа наборов, состоящих из одной левой и одной правой палочки Twiks, исходя из того, что подменять левые палочки правыми и наоборот нельзя.

Ответ: оптимальное распределение труда – (12; 8), капитала – (9; 7) и (8; 8).

Решение:

Для начала предположим, что для производства палочек обоих видов нужен только труд (а капитал не нужен). Поскольку левых палочек необходимо столько же, сколько и правых, для максимизации их общего количества должно соблюдаться равенство $4l_1 = 6l_2$. Учитывая ограничение, получаем систему:

$$\begin{cases} 4l_1 = 6l_2, \\ l_1 + l_2 \leq 20 \end{cases} \quad (+2 \text{ балла})$$

Откуда $l_2 \leq 8$. Таким образом, оптимальное распределение труда позволяет произвести не более $6 \cdot 8 = 48$ упаковок **(+2 балла)**, при этом на производство левой палочки нужно потратить 12 единиц труда, а на производство правой – оставшиеся 8.

Теперь посмотрим, может ли ограничение по капиталу позволить произвести 48 упаковок. Для этого необходимо отправить на вторую фабрику не менее 7 единиц капитала **(+2 балла)**. Тогда оставшихся 9 единиц хватит на производство 54 левых палочек **(+2 балла)**. При этом на первую фабрику может быть отправлено 8 единиц капитала – этого достаточно для производства 48 левых палочек **(+2 балла)**. Таким образом, оптимальное распределение труда – (12; 8), капитала – (9; 7) и (8; 8). **(+1 балл)**

Допустимо также аналогичное решение в изначальном предположении, что для производства нужен только капитал (а труд не нужен). Разбалловка также аналогична.

Максимум за задание – 11 баллов.

Максимум за задания с развёрнутым ответом – 44 балла.

Максимум за работу – 100 баллов.